$$b)\quad f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$$

x	0	α	π
f'(x)		+ 0 -	
f(x)	0	$f(\alpha)$	$\frac{2}{\pi}$

$$c)\quad f(\alpha)=\frac{1-Cos\ \alpha}{\alpha}$$

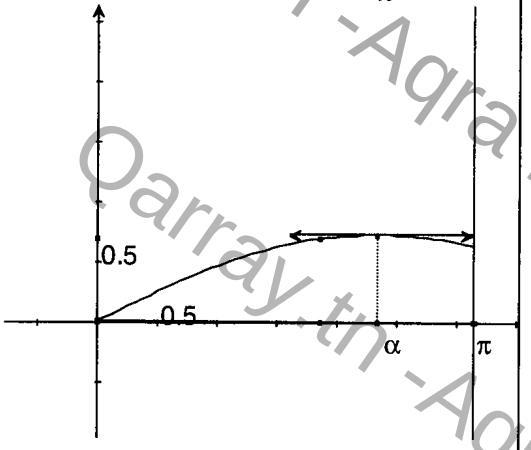
$$g(\alpha)=0\Rightarrow \alpha.\sin\alpha+Cos\,\alpha-1=0$$

$$\Rightarrow Cos\ \alpha=1-\alpha.\sin\alpha$$

d'où

$$f(\alpha)=\frac{\alpha\sin\alpha}{\alpha}=\sin\alpha$$

3. $\alpha\simeq 2,34$; $f(\alpha)\simeq 0,72$; $\frac{2}{\pi}\simeq 0,61$



4. $k(x)=f(x)$ *pour* $x\in[\alpha,\pi]$

k est continue et strictemen décroissant sur $[\alpha,\pi]\Rightarrow$ *k est une bijéction de* $[\alpha,\pi]$ *sur* $\left[\frac{2}{\pi},f(\alpha)\right]=I$

5. $h(x)=g(x)-2\,Cos\ x \quad x\in[0,\pi]$

h est continue sur $[0,\pi]$ *d'où h admet des primitives sur* $[0,\pi]$

$$h(x)=x.\sin x-Cos\ x-1$$

$$H(x)=-x.Cos\ x-x+k$$

$$H(0)=1\Rightarrow k=1$$

$$d'où\quad H(x)=1-x-x.Cos\ x$$

EX 20 :

$$\varphi(x)=\frac{1}{1+x^2}$$

$$\begin{cases}G'(x)=\varphi(x)\\ G(0)=0\end{cases}$$

1. $G'(-x)=\varphi(-x)=\varphi(x)$

$$=G'(x)$$

$$G'(x)=G'(-x)$$

$$\Rightarrow G(x)=-G(-x)+k\quad k\in\mathbb{R}$$

$$G(0)=0\rightarrow k=0$$

$$d'où\quad G(-x)=-G(x)$$

G est impaire

2.a) $x\in\mathbb{R}^*$

$$\psi(x)=G(x)+G(\frac{1}{x})$$

ψ est dérivable sur $\mathbb{R}^*$

$$\psi'(x)=G'(x)-\frac{1}{x^2}G'(\frac{1}{x})$$

$$=\varphi(x)-\frac{1}{x^2}.\varphi(\frac{1}{x})$$

$$=\frac{1}{1+x^2}-\frac{1}{x^2+1}$$

$$=0$$

$$\psi'(x)=0$$

D'où ψ est constante sur chacun des intervalles $]-\infty,0[$ *et* $]0,+\infty[$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn